辽宁理工职业大学

教 案

（2025-2026 学年 第一学期）

课程名称： 概率论与数理统计

课程类别（总学时）： 公共基础课（48）

主讲教师： 王 祎

开课单位： 基础教研部

授课班级： 2024 级大数据工程技术（本）5 班、2024 级大数据工程技术（本）6 班

<table>
<tr><td>授课题目</td><td colspan="4">第一章　第 6 节　事件的独立性</td></tr>
<tr><td>学时</td><td colspan="2">2 学时</td><td>授课顺序</td><td>06</td></tr>
<tr><td>授课地点</td><td colspan="2">多媒体教室（主教学楼 704）</td><td>授课形式</td><td>互动型教学；
板书多媒体结合教学</td></tr>
<tr><td>参考文献</td><td colspan="4">•教材：“十四五”职业教育国家规划教材《概率论与数理统计》主编 韦增欣 黄君玉
•教师指导教材：“十四五”普通高等教育本科规划教材《概率论与数理统计》主编 武新乾
•学生习题指导用书：科学出版社出版《概率论与数理统计学习指导》主编 王殿坤
</td></tr>
<tr><td>数字教学资源</td><td colspan="4">•已建立校内在线精品课程《高等数学》（为学生学习本课程提供前期的数学理论知识）
•雨课堂平台（发布课前导学任务）
•中国大学 MOOC 慕课资源库（提供丰富的课后拓展学习）
•党史学习教育网站（提供课程思政案例）</td></tr>
<tr><td rowspan="3">教学目标</td><td>知识目标</td><td colspan="3">✦理解事件独立性的定义（包括两个事件独立、多个事件两两独立与相互独立）；
✦掌握独立事件的概率计算公式；
✦理解 n 重伯努利试验概念，会运用伯努利概型解决独立重复试验的概率问题。</td></tr>
<tr><td>能力目标</td><td colspan="3">✦培养逻辑推理能力，提升实际应用能力，能将生活或专业领域中的随机问题抽象为独立事件模型并计算概率；
✦锻炼分析与解决问题的能力，针对复杂的多事件场景，判断其独立性关系并选择合适公式求解。</td></tr>
<tr><td>素质目标</td><td colspan="3">✦树立严谨的数学思维，增强数学建模素养；
✦培养团队协作与沟通能力；
✦树立文化自信、职业自信。</td></tr>
<tr><td>教学重点</td><td colspan="4">✦ 事件独立性的数学定义；
✦ 伯努利概型解决独立重复试验的概率问题。</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>教学难点</td><td colspan="3">✦ 区别事件独立性与互斥事件的概念；
✦ n 重伯努利试验的判断。</td></tr>
<tr><td>教法</td><td>讲授法、演示法、练习法、
案例分析法、 问题讨论法、</td><td>学法</td><td>自主学习法、探究学习法、
合作学习法</td></tr>
<tr><td>教学准备</td><td colspan="3">

- 分析学情 ：大二本科学生已经掌握了高等数学的基本知识点和实际计算能力，通过校内在线精品课《高等数学》的课前复习，为本课程的学习奠定知识基础。
- 明确教学目标，确定教学内容和教学重难点
- 设计教学活动和教学资源
- 制定教学步骤和时间安排
- 多媒体设备和教学课件

多媒体教学设备

教学课件

</td></tr>
<tr><td>教材处理及数字化资源情况</td><td colspan="3">

●教材处理

以选用“十四五”职业教育国家规划教材《概率论与数理统计》为主，将数字化的教学手段与工具有机结合应用到教学中，针对学生专业方向，结合实践进行因材施教。

●数字化资源

在线精品课

中国大学慕课 MOOC

雨课堂教学平台

党史学习教育网站

</td></tr>
</table>

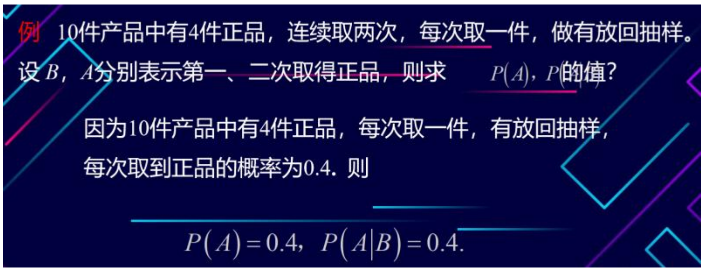
<table>
<tr><th colspan="5">教学实施</th></tr>
<tr><th colspan="5">课前活动</th></tr>
<tr><th>教学环节</th><th>教学内容</th><th>教师活动</th><th>学生活动</th><th>设计意图（含课程思政元素）</th></tr>
<tr><td>自主学测、反馈学情(课前2-3天)</td><td>自主学测：
1. 复习在线精品课程《高等数学》；
2. 雨课堂发布本节课前预习任务；
3. 学生根据课前任务，进行新课内容的“预习”。

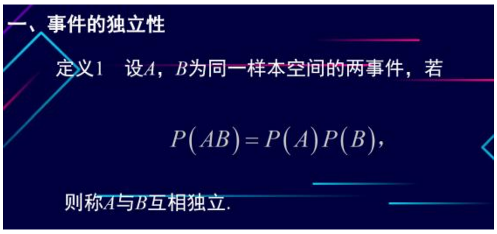
课前预习内容 1：
两个事件的独立性指的是什么？
课前预习内容 2：
伯努利概型的具体内容是什么？</td><td>1. 雨课堂发布预先任务：学习视频和设计思考问题；
2. 在线监督指导。</td><td>1. 雨课堂领取学习任务；
2. 填写任务单中的预习任务。</td><td>1. 学生完成课前任务，加强自主学习能力，自我探索意识；
2. 锻炼学生搜集资料、归纳总结的能力；
3. 学生分组讨论制定方案，培养学生团队协作的意识。</td></tr>
<tr><th colspan="5">课堂实施</th></tr>
<tr><th>教学环节</th><th colspan="3">教学内容</th><th>思政元素

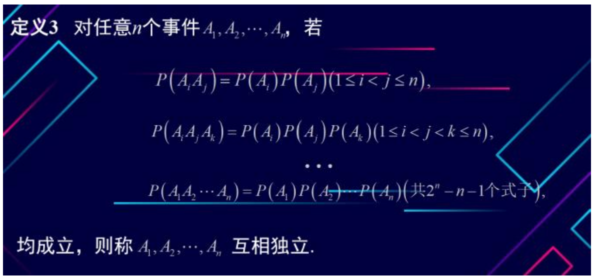
（教学意图）</th></tr>
<tr><td>一、导入新课（5分钟）</td><td colspan="3">

思考：当高射炮在对空中目标进行射击的时候，命中率是比较低的。假设一枚炮弹命中率为 0.004，各枚炮弹是否命中相互独立. 求：
（1）现用 250 支高射炮同时射击一次，飞机被击中的概率？
（2）若想以 0.99 的概率击中飞机，需要多少支高射炮同时射击？</td><td>✦通过课前回顾抗美援朝战争，激发学生的爱国主义、集体主义及和平主义情怀，同时培养学生的民族自信及担当精神。

✦让学生铭记历史、缅怀先烈，更能将“抗美援朝精神”转化为学习动力，培养出有理想、有本领、有担当的时代新人。</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>二、
新 课
教 学
（一）
（ 15
分钟）</td>
<td>从条件概率的例子中，可以知道，一般有，但有时事件 B 发生与否与 A 无关，这时就有由此可以引出事件独立性的概念。先看一个例子。


由此可定义事件的独立性。


注：两事件互不相容与相互独立是完全不同的两个概念，它们分别从两个不同的角度表达了两事件间的某种联系，互不相容是表述在一次随机试验中两事件不能同时发生，而相互独立是表述在一次随机试验中一事件是否发生与另一事件是否发生互无影响.
定理1：
设 A，B 是两事件，若 A，B 相互独立，
且 $P(A)>0, P(B)>0$
则 $P(A\|B)=P(A), P(B\|A)=P(B)$.
反之，$P(A\|B)=P(A)$，或
$P(B\|A)=P(B)$，则 A,B 相互独立.
定理 2：
若事件 A 与 B 相互独立，则下列各对事件也相互独立：
A与$\overline{B}$，$\overline{A}$与 B，$\overline{A}$与 $\overline{B}$。

</td>
<td>✦ 强调实事求是：不能仅凭直觉判断两个事件是否独立，必须通过定义或数据验证；

✦ 培养理性思维：在面对不确定性时，坚持用数据说话，避免主观臆断，体现科学严谨的治学态度。</td>
</tr>
<tr>
<td>二、
新 课
教 学
（二）
（ 25
分钟）</td>
<td>在平常的生活中，常常用“水滴石穿”，“只要功夫深,铁杵磨成针”来形容有志者事竟成. 但是，也有人认为这些是不可能的，试从概率的角度分析这是否合理呢？为了解决这个问题，就要用到今天所学的第二个内容——伯努利概型。

打靶“命中”与“不中”

抛硬币“正面”与“反面”朝上</td>
<td>✦ “量变引起质变”规律的数学表达。大量的偶然（随机试验）中蕴含着必然（统计规律）。</td>
</tr>
</table>

	在现实生活中，我们把这样的随机试验称为伯努利概型。 **一、伯努利概型** **定义4** 具以下特点的随机试验称为 n 次伯努利概型试验： （1）在相同条件下进行 n 次重复试验； （2）每次试验只有两种可能结果，A 发生或 A 不发生； （3）在每次试验中，A 发生的概率均一样，即 $P(A)=p\,(0<p<1)$，$P(\bar{A})=1-p=q$. （4）n 次试验是相互独立的（即每次试验结果出现的概率不受其他各次试验结果发生情况的影响）. 下面讨论在伯努利概型试验中，事件 A 在 n 次试验中恰好发生 k 次的概率。 **定理3** 在 n 次伯努利概型中，每次试验事件 A 发生的概率为 $p\,(0<p<1)$，则在 n 次试验中，事件 A 恰好发生 k 次的概率为 A 恰好发生 k 次 $$P_n(k)=C_n^k p^k q^{n-k},$$ A发生的概率 共做了n次试验 其中 $q=1-p,\ k=0,1,\dots,n.$ A不发生的概率	✦引导学生在学习和生活中注重积累，相信“**天道酬勤**”，通过不懈的努力（量变）最终实现能力的飞跃（质变）。
三、例题讲解与课上练习（40分钟）	例1 常言道：“三个臭皮匠能抵诸葛亮”，怎样从概率上来解释呢？ 将问题具体化：假如对某事件诸葛亮想出计谋的概率为0.88，三个臭皮匠甲、乙、丙想出计谋的概率各为0.6、0.5、0.5. 问这三个臭皮匠能胜过诸葛亮吗？ **解：** 设三个臭皮匠甲、乙、丙想出计谋分别为事件A、B、C，则要求 $p(A\cup B\cup C)$ 而 $P(A\cup B\cup C)=1-P(\overline{A\cup B\cup C})=1-P(\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C})$ $=1-P(\overline{A})P(\overline{B})P(\overline{C})=1-0.4\times0.5\times0.5=0.9>0.88.$  三个臭皮匠 例2 在平常的生活中，人们常常用“水滴石穿”，来形容有志者事竟成. 但是，也有人认为这些是不可能的，试从概率的角度分析这是否合理呢？ **解：** 设“水滴石穿”为事件A，一次试验中事件A发生的概率$0<\varepsilon<1$，独立重复该试验 n 次. 本题考虑的是 n 次试验中事件A至少发生一次的概率，这属于伯努利概型. 设 $B=\{n$ 次试验中A 至少发生一次$\}$，则 $$P(B)=1-P(\overline{B})=1-C_n^0\varepsilon^0(1-\varepsilon)^n=1-(1-\varepsilon)^n.$$ $$\therefore \lim_{n\to\infty}\left[1-(1-\varepsilon)^n\right]=1.$$ 例3 设“水滴石穿” 为事件A，一次事件中事件A发生的概率 ε=0.0001 ，独立重复该试验 n 次。事件B表示n 次试验中A至少发生一次的概率，若使n 次试验中事件B发生的概率大于0.99，求n为多少？	✦单个试验的成功只是局部，而整体的成功次数分布反映了系统的性能。团队中每个人的独立贡献（独立试验）汇聚在一起，能产生强大的合力（整体概率分布），体现**集体主义精神**。 ✦学生百折不挠、持之以恒的意志品质。在**面对挫折时，保持“归零”心态，**

$$P(B)=1-P(\overline{B})=1-C_n^0 0.0001^0(1-0.0001)^n=1-(1-0.0001)^n>0.99$$

$$\therefore (1-0.0001)^n<0.01,\quad (0.9999)^n<0.01$$

$$\therefore \ln(0.9999)^n<\ln 0.01,$$

$$\therefore\ n>\frac{\ln 0.01}{\ln 0.9999}\approx 46100.$$

引例 当高射炮在对空中目标进行射击的时候，命中率是比较低的。假设一枚炮弹命中率为 0.004，各枚炮弹是否命中相互独立. 求：

（1）现用 250 支高射炮同时射击一次，飞机被击中的概率？

（2）若想以 0.99 的概率击中飞机，需要多少支高射炮同时射击？

解：(1) 设 A_i 表示“第 i 支击中”，则要求 $P(A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_{250})$

而 $P(A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_{250})=1-P(\overline{A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_{250}})=1-P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}\cdots\overline{A_{250}})$

$=1-P(\overline{A_1})P(\overline{A_2})\cdots P(\overline{A_{250}})=1-0.996^{250}\approx 0.63.$

(2) 若想以0.99的概率击中飞机，需要多少高射炮同时射击?

解：$P(A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n)=1-P(\overline{A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n})=1-P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}\cdots\overline{A_n})$

$=1-P(\overline{A_1})P(\overline{A_2})\cdots P(\overline{A_n})=1-0.996^n\geq 0.99$

$0.996^n\leq 0.01,\quad n\ln 0.996\leq \ln 0.01$

$$n\geq\frac{\ln 0.01}{\ln 0.996}\approx 1150.$$

（教师根据书写规范和作答标准进行习题讲解和点评）

练习 1 已知一批产品的废品率为 0.05. 设有放回地抽取 5 件产品，求恰好抽到 1 件废品的概率？

解：由于用有放回抽样的方式，故每次抽得的结果是相互独立的，且产品只有合格与废品两种结果，故可以按5重伯努利概型计算事件的概率.

已知 $n=5,\ p=0.05,\ q=1-0.05=0.95,\ k=1,$

则 $P_5(1)=C_5^1(0.05)^1(0.95)^4=0.0407.$

故恰好抽到1件废品的概率为0.0407.

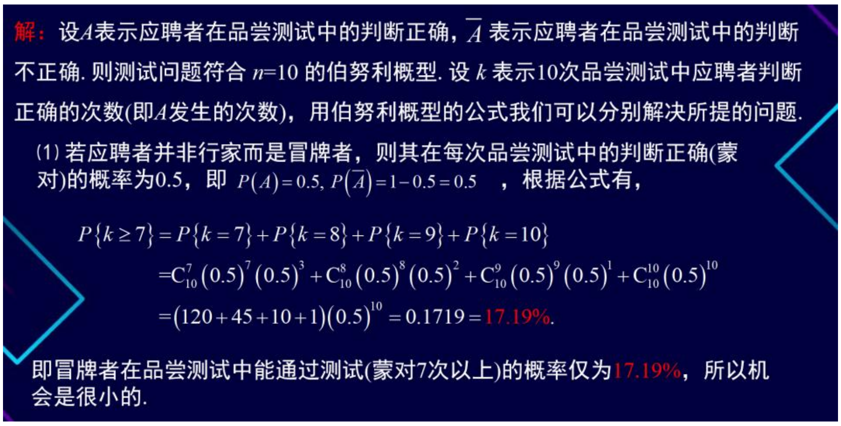
练习 2 某人应聘甲公司品酒师职位，该应聘者声称能以 90%的准确性判别出两种不同的酒，并可以依此提出相应的推销建议. 为了检验应聘者的辨酒能力以决定是否录用，甲公司对该应聘者进行测试. 让他连续分别品尝两种酒 10 次，二次间的间隔为 3 分钟. 若应聘者在 10 次辩别中至少有 7 次能准确判别出两种不同的酒，则给予录用，否则，就拒绝录用. 问题：

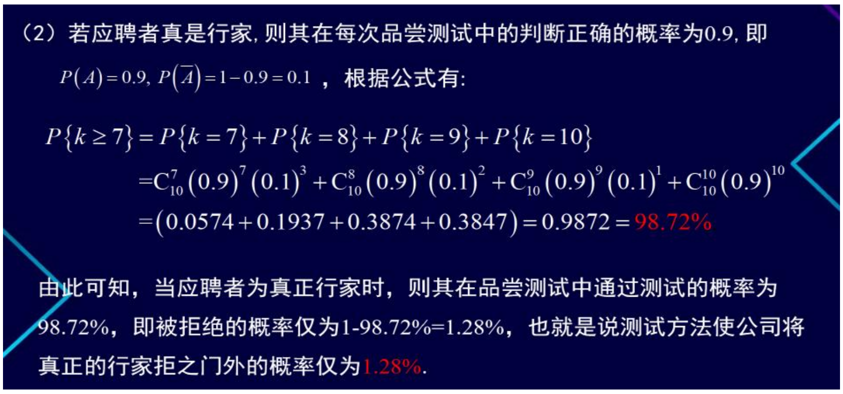
(1)上述测试方法使公司被冒牌者蒙到岗位的概率有多大?

(2)上述测试方法使公司将真正的行家拒之门外的概率有多大?

从头再来，不因一次失败而气馁，也不因一次成功而骄傲。

✦培养学生在面对不确定性时，运用数学工具进行理性分析和科学决策的能力，**避免盲目冒险或过度保守。**

<table>
<tr>
<td></td>
<td>




</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>四、课程小结与作业（5分钟）</td>
<td>【小结】
1. 学习事件相互独立的定义和性质；
2. n 重伯努利试验定义和伯努利概型的概率计算公式；

【作业】
完成雨课堂在线课后习题

【思考】


</td>
<td>✦培养学生善于总结，善于归纳的能力。

✦理论来源于实践并指导实践，强调“知行合一”

✦鼓励学生不唯书、不唯上，敢于质疑，勇于探索。</td>
</tr>
</table>

板书设计	  	
教学与评价	教学效果	1. 大多数学生能够准确复述事件独立性的定义 $P(AB)=P(A)P(B)$，并能熟练运用该公式进行概率计算。能够掌握伯努利概型的条件及计算公式，可以解决简单的独立重复试验问题。 2. 学生的逻辑推理能力得到锻炼，数学建模意识增强，能将实际问题转化为概率模型。 3. 学生对“量变引起质变”“实事求是”等哲学思想在数学中的体现有了直观感受。通过抗美援朝案例分析，增强了学生的爱国主义情怀和集体主义精神。
	教学不足	1. 学生概念理解深度不够； 2. 应用能力有待加强； 3. 课堂互动的广度不足。
	整改措施	1. 深化概念教学：采用强化反例、可视化教学等教学手段，降低抽象概念的难度。 2. 强化应用训练：采用案例驱动法，引入更多贴近生活的案例（如彩票中奖、保险理赔、产品质检），让学生在具体情境中练习识别独立关系。 3. 优化教学方法：采用小组讨论、翻转课堂等形式，增加学生的参与度，让学生在交流中澄清概念。 4. 完善评价体系：增加课堂表现、作业完成度、小组讨论贡献度在总成绩中的比重，全面评价学生的学习过程。建立课后答疑机制，针对学生作业中的共性错误进行集中讲解，个性问题进行一对一辅导。
	教学评价	1. 成功实现了知识传授与价值引领的统一，达到了预期的教学目标。在处理多事件独立性时，留给学生的思考时间略显不足，需在今后的教学中更加注重节奏把控。 2. 进一步探索利用数字化手段辅助教学，提升课堂的生动性和直观性。